

Vari tipi di equazioni esponenziali

Definizione:

Equazione nella quale l'incognita compare ad esponente di una costante: $\alpha^x = \beta$

Vari tipi di equazione esponenziale:

1. $\alpha^{f(x)} = \alpha^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}_0^+, \alpha \neq 1$

es.: $3^{2x} = 3^{x-3} \Leftrightarrow 2x = x - 3 \Leftrightarrow x = -3$

2. $\alpha^{f(x)} = \beta^{g(x)} \Leftrightarrow (\log_a \alpha) \cdot f(x) = (\log_a \beta) \cdot g(x) \quad \forall \alpha, \beta, a \in \mathbb{R}_0^+, \alpha \neq 1, \beta \neq 1, a \neq 1$

$3^{x+1} = 2^{2x} \Leftrightarrow (\log_{10} 3) \cdot (x+1) = (\log_{10} 2) \cdot 2x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\log_{10} 3) \cdot x + \log_{10} 3 = 2 \cdot (\log_{10} 2) \cdot x \Leftrightarrow$

es.: $\Leftrightarrow [(\log_{10} 3) - 2 \cdot (\log_{10} 2)] \cdot x = \log_{10} 3 \Leftrightarrow \left(\log_{10} \frac{3}{4}\right) \cdot x = \log_{10} 3 \Leftrightarrow x = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} \frac{3}{4}}$

caso particolare $f(x) = g(x)$:

$\alpha^{f(x)} = \beta^{f(x)} \Leftrightarrow f(x) = 0 \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}_0^+, \alpha \neq 1, \beta \neq 1$

es.: $3^{2x+1} = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 2x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

3. 1° membro e/o 2° membro con somma o differenza tra termini esponenziali

$3^{2x} = 3^x + 6 \Leftrightarrow 3^{2x} - 3^x - 6 = 0$

poniamo $3^x = t$

$t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow t_1 = 3 \text{ e } t_2 = -2$

es. allora

$3^x = 3 \Rightarrow x_1 = 1$

e

$3^x = -2$ impossibile